ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ - ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΡΙΤΗ 02/06/2026

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

(Ενδεικτικές απαντήσεις)

<u>Θέμα Α</u> :

A_1 . Σχολικό βιβλίο σελίδα 65

A_2 . Σχολικό βιβλίο σελίδα 87

A_3. Σχολικό βιβλίο σελίδα 27

A_4. α) Λάθος

β) Σωστό

γ) Σωστό

δ) Λάθος

ε) Σωστό

<u>Θέμα Β :</u>

B_1. Έχουμε $f'(x) = \frac{1}{3}3x^2 - 2x - 3 = x^2 - 2x - 3$

B_2. Θέτουμε $f'(x) = 0 \quad ά\rho\alpha \quad \chi^2 - 2\chi - 3 = 0,$ επομένως έχουμε

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16\,,$$

άρα η εξίσωση έχει 2 άνισες ρίζες τις :

$$\chi_{1,2} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2}$$

Άρα $\chi_1 = -1$ και $\chi_2 = 3$

Συνεπώς είναι :

	$-\infty$ $\quad$ -1 $\quad$ 3 $\quad$ $+\infty$
f΄	+ $\quad$ **0** $\quad$ – $\quad$ **0** $\quad$ +
f	$\nearrow$ $\quad$ $\searrow$ $\quad$ $\nearrow$
	τ.μ. $\quad$ τ.ε.

Δηλαδή η f είναι : γνησίως αύξουσα στο (-oo,-1] και στο [3,+00)

γνησίως φθίνουσα στο [-1,3]

ενώ παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο χ=-1 το f(-1) = 8/3

και τοπικό ελάχιστο στο χ =3 το f(3) = -8

B_3 . Η εξίσωση εφαπτομένης της Cf στο A(0,f(0)) είναι της μορφής ψ = λχ+β, όπου λ = f΄(0)= -3

Η ευθεία διέρχεται από το σημείο A(0,f(0)) όπου f(0) = 1 , επομένως με αντικατάσταση του χ με 0 και του ψ με 1 έχουμε :

1=(-3)·0 +β , άρα β = 1

Τελικά η ζητούμενη ευθεία είναι η ψ = -3χ+1

B_4 . Έχουμε :

$$\lim_{\chi \to -1} \frac{f'(x)}{x+1} = \lim_{x \to -1} \frac{x^2-2x-3}{x+1} = \lim_{x \to -1} \frac{(x+1)(x-3)}{x+1} = \lim_{x \to -1} (x-3) = -1-3 = -4$$

Θέμα Γ :

Γ_1 . Έχουμε :

$$\frac{4+5+4+\kappa+0+3+7}{7} = 4 \iff \frac{23+\kappa}{7} = 4 \iff 23+\kappa = 28 \iff \kappa = 5$$

Γ_2 . Για κ= 5 οι παρατηρήσεις σε αύξουσα σειρά είναι :

0, 3 , 4, 4, 5, 5, 7

Επειδή το πλήθος των παρατηρήσεων είναι περιττός αριθμός (ν=7), η διάμεσος είναι η μεσαία παρατήρηση , δηλαδή δ = 4.

Γ_3 . Έχουμε :

$$s^2 = \frac{(4-4)^2+(5-4)^2+(4-4)^2+(5-4)^2+(0-4)^2+(3-4)^2+(7-4)^2}{7} =$$

$$= \frac{0^2+1^2+0^2+1^2+(-4)^2+(-1)^2+3^2}{7} = \frac{1+1+16+1+9}{7} = \frac{28}{7} = 4$$

Γ_4 . Είναι : CV = $\frac{s}{|\bar{x}|}100\% = \frac{2}{4} = 0{,}5$ ή 50%

Επειδή CV > 10% το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

Θέμα Δ :

Δ_1. Έχουμε ότι Ε = χ·ψ άρα χ·ψ = 100, επομένως $\psi = \frac{100}{\chi}$

Είναι : $\Pi = 2\chi+2\psi$, άρα με αντικατάσταση του ψ έχουμε :

$$\Pi(\chi) = 2\chi + 2\cdot\frac{100}{\chi} = 2\chi + \frac{200}{\chi}\ ,\ \chi > 0$$

Δ_2 . Είναι $\Pi'(\chi) = (2\chi)' + 200\ \cdot\left(\frac{1}{\chi}\right)'\ =\ 2 + \frac{-200}{\chi^2} = \frac{2\chi^2-200}{\chi^2}$

Θέτουμε $\Pi'(\chi) = 0$ κι έχουμε :

$$\frac{2\chi^2-200}{\chi^2} = 0\ \Leftrightarrow 2\chi^2 - 200 = 0\ \Leftrightarrow 2\chi^2 = 200\ \Leftrightarrow\ \chi^2 = 100$$

Άρα $\chi = 10$ (δεκτή) ή $\chi = -10$ (απορρίπτεται διότι $\chi > 0$)

	0	10	+οο
Π΄	−	0	+
Π	↘		↗
		Ο.Ε.	

Συνεπώς η Π είναι γνησίως φθίνουσα στο (0,10] και γνησίως αύξουσα στο [10,+οο) ενώ παρουσιάζει ολικό ελάχιστο για $\chi=10$.

Όμως για $\chi=10$ είναι και $\psi=10$, άρα όταν η περίμετρος γίνει ελάχιστη , το σχήμα γίνεται τετράγωνο.

Δ_3. Για $\chi_1,\chi_2 \in (0,10)$ με $\chi_1 < \chi_2$ έχουμε ότι η Π είναι γνησίως φθίνουσα άρα

$\Pi(\chi_1) > \Pi(\chi_2)$. Επομένως είναι : $\chi_1-\chi_2 < 0$ και $\Pi(\chi_1) - \Pi(\chi_2) > 0$, άρα $A < 0$

Δ4. Έχουμε :

$$\lim_{\chi\to 10}\frac{\Pi'(\chi)}{\sqrt{10\chi}-10} = \lim_{\chi\to 10}\frac{\frac{2(\chi^2-100)}{\chi^2}}{\frac{\sqrt{10\chi}-10}{1}} = \lim_{\chi\to 10}\frac{2(\chi^2-100)}{\chi^2(\sqrt{10\chi}-10)} =$$

$$= \lim_{\chi\to 10}\frac{2(\chi-10)(\chi+10)(\sqrt{10\chi}+10)}{\chi^2(\sqrt{10\chi}-10)(\sqrt{10\chi}+10)} = \lim_{\chi\to 10}\frac{2(\chi-10)(\chi+10)(\sqrt{10\chi}+10)}{\chi^2(\sqrt{10\chi}^2-10^2)} =$$

$$= \lim_{\chi\to 10}\frac{2(\chi-10)(\chi+10)(\sqrt{10\chi}+10)}{\chi^2(10\chi-100)} = \lim_{\chi\to 10}\frac{2(\chi-10)(\chi+10)(\sqrt{10\chi}+10)}{10\chi^2(\chi-10)} =$$

$$= \lim_{\chi\to 10}\frac{2(\chi+10)(\sqrt{10\chi}+10)}{10\chi^2} = \frac{2(10+10)(\sqrt{100}+10)}{10*10^2} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$